

Verteilungen

Benjamin Schlegel

22. Februar 2016

Verteilungen geben an, wie wahrscheinlich die möglichen Zufallswerte zutreffen. So sind z.B. bei einem Würfel alle Seiten eine Wahrscheinlichkeit von 1/6.

Bernoulli-Verteilung

Eine Variable, welcher der Bernoulli-Verteilung unterliegt, kann zwei Werte annehmen: 1 für Erfolg und 0 für Misserfolg. So ist zum Beispiel ein Münzenwurf Bernoulli verteilt mit einer Erfolgswahrscheinlichkeit von 50 Prozent Kopf, resp. Zahl zu erhalten.

Bei der Bernoulli-Verteilung entspricht der Erwartungswert der Erfolgswahrscheinlichkeit (p). Die Varianz ist das Produkt der Erfolgswahrscheinlichkeit mit der Gegenwahrscheinlichkeit ($p(1-p)$).

$$E(X) = p$$

$$Var(X) = p(1 - p)$$

$$v(X) = \frac{1 - 2p}{\sqrt{p(1 - p)}}$$

$$\omega = \frac{1 - 3p(1 - p)}{\sqrt{p(1 - p)}}$$

Binomial-Verteilung

Die Binomial-Verteilung zeigt auf, mit welcher Wahrscheinlich wie häufig bei einer Anzahl von Versuchen ein Erfolg (=1) eintritt.

$$E(X) = np$$

$$Var(X) = np(1 - p)$$

$$v(X) = \frac{1 - 2p}{\sqrt{np(1 - p)}}$$

$$\omega = 3 + \frac{1 - 6p(1 - p)}{\sqrt{np(1 - p)}}$$

Poisson-Verteilung

Die Poisson-Verteilung modelliert Variablen, welche die Anzahl Events in einem Zeitraum zählen, gegeben dem Durchschnittswert.

$$E(X) = \lambda$$

$$Var(X) = \lambda$$

$$v(X) = \frac{1}{\sqrt{\lambda}}$$

$$\omega = 3 + \frac{1}{\lambda}$$

Normalverteilung

$$E(X) = \mu$$

$$Var(X) = \sigma^2$$

$$v(X) = 0$$

$$\omega = 3$$

Die Normalverteilung (auch Gauss-Verteilung genannt) ist eine stetige Verteilung. Viele Fehler lassen sich durch diese symmetrische Verteilung erklären.

Student`s t-Verteilung

Die Student`s t-Verteilung beschreibt die Verteilung bei einer kleinen Fallzahl. Bei dieser Verteilung haben Werte mit höherer Abweichung eine höhere Wahrscheinlichkeit als bei der Normalverteilung. Bei steigender Fallzahl nähert sich die Verteilung der Normalverteilung an.

$$E(X) = 0(n > 1)$$

$$\text{Var}(X) = \frac{n}{n-2} (n > 2)$$

$$v(X) = 0 (n > 3)$$

$$\omega = \frac{6}{n-4} (n > 4)$$

Chi2-Verteilung

Die Chi2-Verteilung ist wichtig für Hypothesentests bei fortgeschrittenen Modellen (z.B. Wald-Test). Sie ist definiert als die Summe der quadrierten Zufallszahlen, welche unabhängig und standardnormalverteilt sind.

(4) Can't mkdir cgi-bin/tempnam/
work directory: check permissions.
See mathtex.html#message4

$$\text{Var}(X) = 2n$$

$$v(X) = \frac{2\sqrt{2}}{\sqrt{n}}$$

$$\omega = 3 + \frac{12}{n}$$

F-Verteilung

Die F-Verteilung besteht aus Zufallsvariablen, welche aus der Division zweier Chi2-Verteilungs-Zufallsvariablen mit jeweiligen Freiheitsgraden besteht. Sie wird unter anderem für Hypothesen-Tests bei linearen Modellen gebraucht.

$$E(F_{m,n}) = \frac{n}{n-2}$$

Bivariate-Normalverteilung

Die Bivariate-Normalverteilung ist eine zweidimensionale Normalverteilung. Dabei können die beiden Variablen (Dimensionen) miteinander korrelieren.